
Über sechs Ecken kennt man jeden auf der Welt

Wie viele Menschen müßte demnach jeder kennen?

Ein mathematisches Knobelrätsel von René Pönitz

1 Einleitung

Im Zusammenhang mit dem Modeschlagwort „Web 2.0“ fällt häufig der Begriff soziale Netzwerke. Und in diesem Zusammenhang fällt häufig die These, daß man jeden Menschen auf der Welt über sechs Ecken kennt. Im Internet gibt es bereits viele Portale, in denen sich Anwender anmelden können und sich gegenseitig bestätigen, daß sie sich kennen. Ruft man dann das Profil eines bisher Unbekannten auf, wird meist angezeigt, über welche Ecken man diese Person kennt. Und meistens stellt man fest, daß es nur einer oder zwei sind, die dazwischen stehen.

Diesen Zusammenhang brachte mich auf die Frage, wie viele Menschen man dafür kennen muß.

2 Annahmen

Damit es keine Mißverständnisse gibt, sind zuvor ein paar Annahmen zu treffen:

- Die Weltbevölkerung beträgt 6.4 Mrd Menschen
- Es gibt keine redundanten Kontakte
- Jeder kennt gleich viele Kontakte (oder weitere für diese Betrachtung nicht relevante redundante Kontakte)

3 Lösung

Zunächst sollte eine generelle Gleichung aufgestellt werden, bei der die Kontakte der einzelnen Stufen aufsummiert der Weltbevölkerung gegenüber stehen. n sei die Anzahl aller Personen der jeweiligen Ecke.

$$\text{Weltbevölkerung} = 1 + n_1 + n_2 + n_3 + n_4 + n_5 + n_6 \quad (1)$$

Nun gilt es die einzelnen Ecken mit Inhalten zu erfüllen. Die erste Ecke sind die direkten Kontakte. Sie entspricht dem gesuchten Wert x :

$$n_1 = x \quad (2)$$

Ab der zweiten Ecken ist zu beachten, daß Kontakte auf Gegenseitigkeit beruhen. Das heißt meine x Kontakte kennen ja bereits mich, d.h. sie kennen nur noch $x - 1$ weitere Kontakte. (Rechenbeispiel: Wenn ich 5 Kontakte kenne, kennen diese fünf jeweils mich und vier andere)

$$n_2 = x * (x - 1) \quad (3)$$

In den weiteren Ecken muß diese Gegenseitigkeit weiter berücksichtigt werden:

$$n_3 = x * (x - 1) * (x - 1) \quad (4)$$

$$n_4 = x * (x - 1) * (x - 1) * (x - 1) \quad (5)$$

$$n_5 = x * (x - 1) * (x - 1) * (x - 1) * (x - 1) \quad (6)$$

$$n_6 = x * (x - 1) \quad (7)$$

Hat man diese Formel beginnt die Fleißarbeit mit dem Einsetzen der Formel, dem Ausmultiplizieren und anschließenden Vereinfachen. Hier hilft ggf. das Pascal'sche Dreieck. Am Ende sollte folgende Gleichung entstehen:

$$6.400.000.000 = 1 + x^6 - 4x^5 + 7x^4 - 6x^3 + 3x^2 \quad (8)$$

Diese Gleichung kann man nun in eine Funktion umwandeln, bei der die Nullstelle gesucht wird.

$$f(x) = x^6 - 4x^5 + 7x^4 - 6x^3 + 3x^2 - 6.399.999.999 \quad (9)$$

Für die Lösung dieser Gleichung gibt es nun verschiedene Möglichkeiten.

-
- Das Newton'sche Näherungsverfahren
 - Grafische Taschenrechner haben bereits meist so eine Funktionalität dabei.
 - Einsetzen von beliebigen Zahlen - und je nach Ergebnis einen größeren oder kleineren Wert einsetzen.

Der Ergebnis der Gleichung sollte lauten:

$$x = 43,7539963 \quad (10)$$

Probe (die Werte sind zur besseren Darstellung auf ganze Zahlen gerundet):

$$6.400.000.000 = 1 + 44 + 1871 + 79.978 + 3.419.384 + 146.192.331 + 6.250.306.392 \quad (11)$$

4 Ergebnis

Wenn jeder Mensch 44 Kontakte hat, so würde man jeden Erdenbürger über sechs Ecken kennen.